Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS BioRP, veuillez visiter :
btsbiorp.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS BioRP

Mathématiques

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle de tubes fluorescents et de rivets (9 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbiorp.fr/assets/annales/bts-biorp/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioRP - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d’un chariot de fête foraine

Un chariot de fête foraine se déplace initialement à 20 m·s⁻¹ sur un axe horizontal avant d’être freiné. Sa vitesse est modélisée par une fonction étudiée au moyen d’une équation différentielle, de l’analyse de fonction et d’un calcul de distance.

Partie A - Résolution d’une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l’équation différentielle (E₀) : y' + 0,8y = 0, en utilisant la formule fournie.

La formule fournie pour $y' + ay = 0$ donne $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = 0,8$, donc l’ensemble des solutions est constitué de ces fonctions, où k est une constante réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 1. b. Soit g la fonction définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l’équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

La fonction $g(t) = 5$ est constante, donc $g'(t) = 0$. En la substituant dans l’équation, on obtient $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$. L’égalité est vérifiée pour tout $t \geq 0$: g est bien une solution de (E).

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = 5$ est une solution de (E).

Question 1. c. Déduire de la question précédente l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Comme $g(t) = 5$ est une solution particulière de (E), toute solution de (E) s’obtient en lui ajoutant une solution de l’équation homogène (E_0). Or les solutions de (E_0) sont $ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 2. Déterminer la solution f de l’équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

Dans la solution générale $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}$, la condition initiale donne $y(0) = 5 + k = 20$, car $e^0 = 1$. Ainsi, $k = 20 - 5 = 15$. En remplaçant k, on obtient la solution recherchée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Pour f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $-0,8t \to -\infty$, donc $e^{-0,8t} \to 0$. Par conséquent, $15e^{-0,8t} \to 0$. En utilisant la somme $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, on conclut que $f(t)$ tend vers 5.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et égale à 5. La courbe représentative C admet donc une asymptote horizontale en $+\infty$, d'équation $y = 5$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. En utilisant f'(t) = −12e$^{-0,8t}$, dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Comme $e^{-0,8t} > 0$, on a $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$ sur $[0; +\infty[$. La fonction est donc strictement décroissante. De plus, $f(0) = 15 + 5 = 20$ et sa limite en $+\infty$ vaut 5.

t	**0**	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	
$f(t)$	20	$\searrow 5$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît strictement de 20 vers 5.

Question 3. **Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.**

La vitesse décroît et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, une valeur strictement positive. Elle ne peut donc pas atteindre zéro à un instant fini : selon ce modèle, le chariot ralentit sans s'arrêter complètement.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : la vitesse ne s'annule pas et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Question 4. a. **Soit F définie sur [0 ; +∞[par F(t) = −18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

En dérivant $F(t) = -18,75e^{-0,8t} + 5t$, on obtient $F'(t) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5$. Or cette expression est précisément $f(t)$. Ainsi, $F' = f$ sur $[0; +\infty[$, donc F est une primitive de f.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$: F est une primitive de f.

Question 4. b. **À l'aide de la primitive F et de la formule fournie pour la distance parcourue, calculer la valeur exacte de la distance entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance est $d = \int_0^1 f(t)\,dt = F(1) - F(0)$. Avec la primitive donnée : $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$. Cette valeur exacte vaut environ $15,3251$ mètres, soit $15,33$ mètres au centimètre près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \mathrm{m} \approx 15,33\ \mathrm{m}$.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Question à choix multiples : recopier l'unique expression exacte du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro parmi les propositions. Aucune justification n'est demandée.**

Le logiciel donne directement le polynôme de Taylor d'ordre 2. Parmi les choix proposés, la troisième expression reprend ce polynôme et ajoute un reste en $t^2\epsilon(t)$, avec $\epsilon(t) \to 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $f(t) = 20 - 12t + \dfrac{24}{5}t^2 + t^2\epsilon(t)$, avec $\epsilon(t) \to 0$.

Question 2. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

La tangente en $t = 0$ a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$. On lit $f(0) = 20$, et la dérivée donnée fournit $f'(0) = -12e^0 = -12$. En substituant ces valeurs, on obtient l'équation de la tangente.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de tubes fluorescents et de rivets

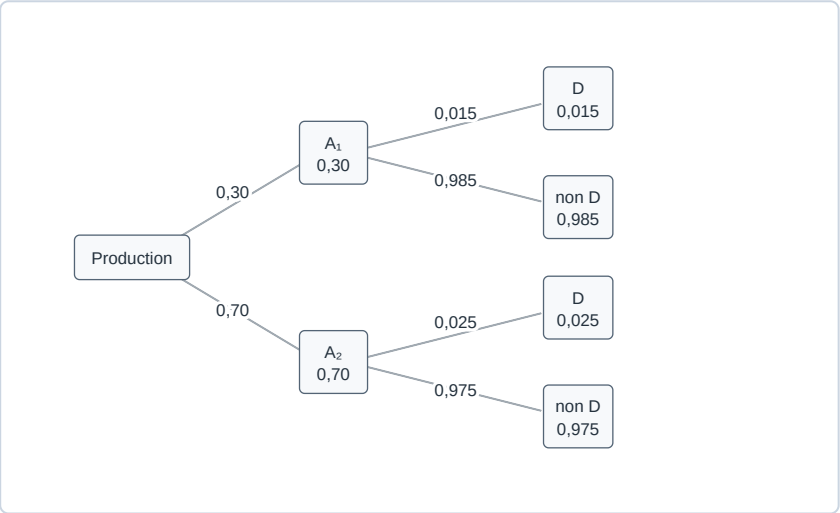
Une usine produit des tubes fluorescents dans deux ateliers et contrôle la présence de défauts ainsi que leur durée de fonctionnement. L'exercice étudie aussi la proportion de rivets conformes utilisés pour fixer les tubes, à partir d'un échantillon.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. À partir des proportions de production et de tubes défectueux dans chacun des deux ateliers, réaliser un arbre pondéré décrivant la situation.

L'arbre distingue d'abord les deux ateliers, puis, pour chacun, les événements « défaut » et « absence de défaut ». Les probabilités des premières branches sont les parts de production. Les probabilités des branches suivantes sont les taux de défaut et leurs complémentaires.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



Les premières branches indiquent les proportions produites ; les branches suivantes indiquent les probabilités conditionnelles.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré présenté ci-contre.

Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

La probabilité d'obtenir un tube de l'atelier 1 présentant un défaut se calcule en multipliant la proportion produite par cet atelier par son taux de défaut :
$P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P(D \mid A_1) = 0{,}30 \times 0{,}015 = 0{,}0045.$

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0{,}0045.$

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un tube prélevé au hasard présente un défaut est P(D) = 0,022.**

Les événements A_1 et A_2 forment une partition de la production. On additionne donc les probabilités des deux chemins menant à un tube défectueux.

Atelier	Calcul	Contribution
1	$0{,}30 \times 0{,}015$	$0{,}0045$
2	$0{,}70 \times 0{,}025$	$0{,}0175$

Ainsi, $P(D) = 0{,}0045 + 0{,}0175 = 0{,}022$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0{,}022$.

Question 4. **Sachant que le tube prélevé ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

On cherche $P(A_2 \mid \overline{D})$. La probabilité d'être issu de l'atelier 2 et sans défaut vaut $0{,}70 \times 0{,}975 = 0{,}6825$. La probabilité qu'un tube ne présente pas de défaut est $1 - 0{,}022 = 0{,}978$. Ainsi, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{0{,}6825}{0{,}978} \approx 0{,}6979$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0{,}698$, soit $69{,}8\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. **La durée T de bon fonctionnement d'un tube suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.**

La page 6 indique le paramètre $\lambda = 0{,}0001$ par heure. Pour une loi exponentielle, l'espérance est $E(T) = \dfrac{1}{\lambda}$. Donc $E(T) = \dfrac{1}{0{,}0001} = 10\,000$ heures. Dans ce modèle, la durée moyenne de bon fonctionnement d'un tube est de 10 000 heures.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures : c'est la durée moyenne de bon fonctionnement.

Question 2. **Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule donnée est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $\lambda = 0{,}0001$ et $t = 8\,000$, on obtient $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0{,}0001 \times 8\,000} = 1 - e^{-0{,}8} \approx 0{,}5507$. La durée suit une loi continue, donc les probabilités avec $<$ ou $\leq$ sont égales.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0{,}55$.

Question 3. **Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.**

Pour une loi exponentielle, la probabilité de dépasser une durée t est $P(T > t) = e^{-\lambda t}$.

1. On remplace par $\lambda = 0{,}0001$ et $t = 10\,000$.
2. $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0{,}3679$, soit $0{,}37$ au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. **Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.**

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur 1 000 rivets, 975 sont conformes, donc $f = \dfrac{975}{1\,000} = 0{,}975$. Cette fréquence constitue l'estimation recherchée de p.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} = 0{,}975$, soit $97{,}5\%$.

Question 2. **À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance au niveau de 95 % pour la proportion p de rivets conformes, centré sur la fréquence observée. Arrondir les bornes à 10^{-3} près.**

La formule fournie utilise $f = 0{,}975$, $n = 1\,000$ et le coefficient $1{,}96$. La marge vaut $1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}975(1-0{,}975)}{1\,000}} \approx 0{,}009677$. On retranche cette marge à f pour la borne inférieure et on l'ajoute pour la borne supérieure.

Après arrondi à 10^{-3} près, l'intervalle est $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de deux heures et de coefficient 2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux, coefficient 3. Les deux exercices portent sur le freinage d'un chariot et le contrôle de production industrielle. Les compétences évaluées sont les équations différentielles, l'analyse de fonctions, les probabilités, la loi exponentielle et l'intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de $y' + ay = 0$ sont de la forme $y(t) = ke^{-at}$.
- Si $f(t)$ tend vers une limite finie L quand t tend vers $+\infty$, la courbe admet l'asymptote horizontale $y = L$.
- Pour T suivant une loi exponentielle de paramètre λ, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $E(T) = 1/\lambda$.
- L'intervalle fourni pour une proportion est $f \pm 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Dans l'arbre pondéré, vérifier que les probabilités des branches issues d'un même nœud ont une somme égale à 1.
- Pour une probabilité conditionnelle, utiliser au dénominateur la probabilité de l'événement donné comme condition.
- Vérifier les unités de temps et la valeur de λ avant d'appliquer les formules de la loi exponentielle.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée, $n = 1\,000$ et l'arrondi demandé à 10^{-3} près.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer la probabilité conditionnelle dans l'exercice des deux ateliers ?

Divisez la probabilité de l'intersection par celle de l'événement conditionnant. Pour la probabilité qu'un tube provienne de l'atelier 2 sachant qu'il n'a pas de défaut, le dénominateur est la probabilité qu'il soit sans défaut.

Q : Quelle formule utiliser pour les durées de fonctionnement des tubes ?

Avec $\lambda = 0{,}001$, utilisez $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ pour une durée inférieure ou égale à t. Pour une durée supérieure, prenez le complément. L'espérance est donnée par $E(T) = 1/\lambda$.

Q : Comment répartir son temps et ses efforts dans cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points. Les parties de chaque exercice sont annoncées indépendantes : répartissez votre temps entre les exercices et gardez un moment pour vérifier les calculs et les arrondis.

Q : Quels éléments faut-il respecter pour l'intervalle de confiance des rivets ?

La fréquence observée est le nombre de rivets conformes divisé par l'effectif de l'échantillon. Appliquez la formule imprimée avec $n = 1\,000$, centrez l'intervalle sur cette fréquence et arrondissez les bornes à 10^{-3} près.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbiorp.fr/assets/annales/bts-biorp/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioRP - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS BioRP : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.