Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS BioRP

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude du départ d'un train à propulsion électromagnétique et calcul d'une aire (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbiorp.fr/assets/annales/bts-biorp/E2 - Mathématiques/2018/BTS BioRP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Étude du départ d'un train à propulsion électromagnétique et calcul d'une aire

On modélise la distance parcourue par un wagon afin d'étudier son mouvement et de vérifier si sa vitesse atteint l'objectif fixé au départ. Une seconde situation concerne le calcul de l'aire d'une pièce prévue pour l'aménagement des gares, à partir d'un schéma et d'une fonction.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

L'équation est de la forme $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. La formule donnée fournit donc les solutions $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. On obtient ainsi l'ensemble des solutions sur l'intervalle demandé $[0, +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La dérivée de $g(t) = -15t - 75$ est $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche, on trouve :

$g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. Cette expression étant le membre de droite de l'équation, g est bien une solution.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$, donc g est une solution.

Question 3°. Déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

> Les solutions de l'équation complète s'obtiennent en ajoutant une solution de l'équation homogène à une solution particulière. Ici, la solution homogène est $ke^{0,2t}$, et la solution particulière vérifiée à la question précédente est $-15t - 75$. La constante k peut prendre toute valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle, sachant qu'au temps t = 0 le wagon est au point de départ et que f(0) = 0.

1. La solution générale est $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. La condition $f(0) = 0$ donne $k - 75 = 0$, donc $k = 75$.

3. En remplaçant k, on obtient la fonction distance recherchée, sous la forme utilisée dans la partie B.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question a). À partir des expressions de f(t) et de f'(t) fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre l'inéquation f'(t) ≥ 0 sur [0, 3].

D'après le logiciel, $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15 = 15(e^{0,2t} - 1)$. Sur $[0, 3]$, on a $t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$. Par conséquent, la dérivée est positive ou nulle sur tout l'intervalle, et elle s'annule seulement lorsque $t = 0$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec égalité pour $t = 0$.

Question b). Déduire de la question précédente les variations de la fonction f sur [0, 3].

Intervalle	Signe de $f'(t)$	Variation de f
$[0, 3]$	Nul en 0, positif sur $]0, 3]$	Croissante

La dérivée étant positive après l'instant initial, la fonction est strictement croissante sur $[0, 3]$. Elle part de $f(0) = 0$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est strictement croissante sur $[0, 3]$, de $f(0) = 0$ à $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue après une minute est $f(1)$. En remplaçant t par 1 dans l'expression de la fonction, on obtient $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Cette valeur est environ $1,6052$ km ; l'arrondi au dixième donne la distance demandée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Après une minute, le wagon a parcouru $1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse à l'instant t correspond à f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir au dixième.

1. La vitesse en kilomètres par minute est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$.
2. À $t = 2$, cela donne $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774$ km/min.
3. On arrondit cette valeur au dixième, conformément à la consigne.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> À deux minutes, la vitesse est $7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse en comparant la vitesse obtenue à l'objectif fixé.

L'objectif est d'atteindre 400 km/h avant deux minutes. À deux minutes, la vitesse est $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit environ $442,6$ km/h. Comme la vitesse est continue, part de 0 et dépasse 400 km/h à deux minutes, elle atteint ce seuil à un instant strictement inférieur à deux minutes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint en moins de deux minutes : à deux minutes, la vitesse est d'environ $442,6$ km/h.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier l'unique équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Aucune justification n'est demandée.

La tangente au point d'abscisse 2 a pour pente $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. Avec la formule fournie, son équation est $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Après simplification, cette équation correspond à la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Parmi les trois propositions, choisir l'aire A_1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Aucune justification n'est demandée.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, donc sa largeur est 3. Son bord supérieur est la droite $y = 2,25$, et sa hauteur vaut donc 2,25. L'aire est le produit de ces deux dimensions : $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A_2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

Sur $[0,3]$, $g(x) \geq 0$, donc l'aire cherchée est $\int_0^3 g(x)\,dx$. La primitive fournie est $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$. Ainsi, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln\left(\frac{18}{9}\right) = \frac{27}{4}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir au millième.

La figure est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Sur la moitié droite, l'aire hachurée est celle du rectangle $OPQR$ diminuée de l'aire sous la courbe de g. On double donc la différence : $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$. L'arrondi demandé est au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4,143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle à partir de données concernant 200 smartphones. Il porte ensuite sur la réparabilité d'un lot de smartphones selon un modèle binomial, puis sur un test d'hypothèse concernant l'opinion sur une marque.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs croisant les smartphones touchés ou non par l'obsolescence technique et logicielle, avec les totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Il y a 6 smartphones touchés par T et 16 par L. Parmi ceux touchés par L, 12,5 % le sont aussi par T, soit 2. Les autres cases se déduisent des totaux de ligne et de colonne.

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases centrales : 2, 4, 14 et 180 smartphones.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant que L est réalisé.

L'énoncé donne directement les probabilités des deux obsolescences : 3 % pour T et 8 % pour L. Il indique également que, parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont touchés par T. Cette dernière donnée est la probabilité conditionnelle demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∩ L).

La probabilité conditionnelle vérifie $P_L(T) = P(T \cap L) / P(L)$. Donc $P(T \cap L) = P_L(T) \times P(L) = 0,125 \times 0,08 = 0,01$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∪ L).

La réunion comprend les smartphones touchés par T ou L, y compris ceux touchés par les deux. On soustrait donc l'intersection comptée deux fois : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∪ L) = 0,100.

Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer P_T(L), la probabilité de l'obsolescence logicielle sachant que l'obsolescence technique est réalisée.

La probabilité cherchée rapporte les smartphones touchés par L et T à l'ensemble des smartphones touchés par T. Ainsi, $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0,01 / 0,03 \approx 0,333$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

1. Un essai correspond à un smartphone : il est réparable ou non réparable.
2. La probabilité d'obtenir un smartphone non réparable reste égale à 0,045, et les tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants.
3. X compte les non-réparables parmi 50 essais identiques : elle suit une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si et seulement si X = 0. Pour une loi binomiale de paramètres 50 et 0,045, on obtient $P(X = 0) = (1 - 0{,}045)^{50} = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

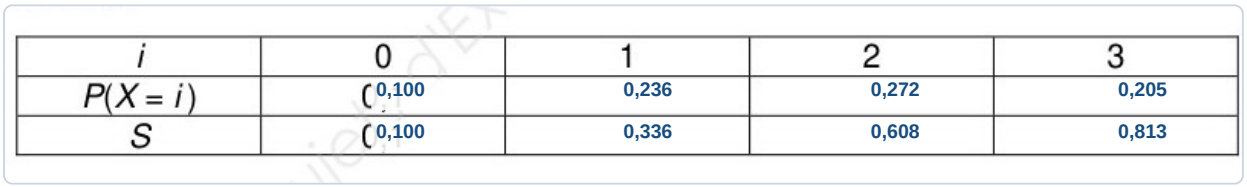
La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est 0,100.

Question 3° a). Exécuter à la main l'algorithme fourni, puis compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les probabilités et les sommes ci-dessous sont arrondies au millième.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

S successivement : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

La somme finale additionne les probabilités P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). Elle correspond donc à la probabilité qu'un lot compte au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots ont au plus 3 smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Cela signifie qu'en moyenne, un lot de 50 smartphones comprend 2,25 smartphones non réparables.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot, en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle, choisir parmi les trois propositions la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Aucune justification n'est demandée.

Sous H_0, l'intervalle central de 95 % d'une loi normale est approximativement à 1,96 écarts types de sa moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. C'est la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H_0 si la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, les bornes sont 0,47748 et 0,62252. En dehors de cet intervalle, on rejette H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si 0,47748 ≤ f ≤ 0,62252 ; sinon, la rejeter.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Formuler la conclusion du test.

La fréquence observée est f = 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,47748 de l'intervalle de décision. On rejette donc H_0 au seuil de 5 % ; l'échantillon indique une proportion inférieure à 55 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : l'échantillon indique une proportion inférieure à 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2018, code MATGRB1, dure deux heures et son coefficient varie selon la spécialité. Elle comprend deux exercices de dix points sur le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence programmée des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, étude de fonctions, calcul intégral, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de y' - 0,2y = 0 sont y(t) = k e^(0,2t), où k est une constante réelle.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance : si f est en kilomètres et t en minutes, f' est en kilomètres par minute.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Une probabilité conditionnelle vérifie P(T sachant L) = P(T ∩ L) / P(L), si P(L) est non nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Conserver les unités : convertir la vitesse en kilomètres par minute avant de la comparer à l'objectif en kilomètres par heure.
- Pour une aire entre une courbe et l'axe, identifier les bornes et vérifier le signe de la fonction sur l'intervalle.
- Dans le tableau à double entrée, distinguer les effectifs d'intersection des totaux de lignes et de colonnes.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle d'acceptation, puis conclure au seuil donné.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre une équation différentielle avec un second membre ?

On résout d'abord l'équation homogène associée, puis on ajoute une solution particulière de l'équation complète. L'ensemble des solutions est la somme de ces expressions, et la condition initiale permet de déterminer la constante.

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans un exercice ?

Il faut un nombre fixé d'essais indépendants, deux issues par essai et une probabilité de succès constante. Le nombre de succès suit alors une loi binomiale de paramètres n, le nombre d'essais, et p, la probabilité de succès.

Q : Comment organiser les deux heures de cette épreuve ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties sont indépendantes. Répartissez le temps selon votre maîtrise, traitez d'abord les questions accessibles, puis gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités et les arrondis demandés.

Q : Qu'attend le jury pour une conclusion de test d'hypothèse ?

Il faut appliquer explicitement la règle de décision définie par le seuil, comparer la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation, puis indiquer si l'on rejette ou non l'hypothèse nulle. La conclusion doit rester liée au contexte.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbiorp.fr/assets/annales/bts-biorp/E2 - Mathématiques/2018/BTS BioRP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS BioRP : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.