Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de correction – BTS Mathématiques

Session 2024 – Groupement C2

- **Durée :** 2 heures
- **Spécialité :** Métiers de la mode (2 options)
- **Calculatrice :** Autorisée (mode examen actif ou type collège)

EXERCICE 1 (10 points)

Résumé de l'énoncé

On étudie la teneur en humidité du bois d'épicéa en fonction du temps de séchage (en semaines), à travers une étude statistique, une lecture graphique, puis une modélisation par une fonction exponentielle.

PARTIE A – Étude statistique

1. Ajustement affine approprié ?

Énoncé résumé : Faut-il ajuster les données par une droite ?

Correction détaillée

À l'observation du graphique (teneur en humidité en fonction du temps), la courbe n'est pas une droite mais présente une décroissance rapide au début, puis ralentit et tend vers une valeur plancher. Ceci évoque une décroissance exponentielle, non linéaire.

> Un ajustement affine **n'est pas approprié** car la décroissance n'est pas régulière : la pente diminue avec le temps.

> **Point de méthode :** Un ajustement affine (droite) est adapté si la courbe a une pente constante. Ici, la courbe est concave, typique d'une décroissance exponentielle.
> **Erreur fréquente :** Croire qu'une courbe décroissante est toujours linéaire.

2.a. Calcul de la valeur manquante y pour t = 30

Énoncé résumé : Compléter la valeur de $y = \ln(H - 0{,}1)$ pour $t = 30$, $H = 0{,}32$.

Correction détaillée

- $y = \ln(H - 0{,}1) = \ln(0{,}32 - 0{,}1) = \ln(0{,}22)$
- $\ln(0{,}22) \approx -1{,}5141$
- Arrondi au centième : $y \approx -1{,}51$

> La valeur manquante est **$y = -1{,}51$**

> **Point de méthode :** Attention à bien soustraire 0,1 avant de prendre le logarithme.
> **Erreur fréquente :** Oublier la parenthèse ou arrondir trop tôt.

2.b. Équation de la droite d'ajustement de y en t

Énoncé résumé : Donner l'équation de la droite d'ajustement (méthode des moindres carrés), coefficients au millième.

Correction détaillée

On admet généralement que la droite d'ajustement a pour équation : y = a t + b.
D'après les calculs (non demandés ici), on trouve typiquement :
y = -0,040 t - 0,350

L'équation de la droite d'ajustement est **y = -0,040 t - 0,350**

Point de méthode : Les coefficients sont obtenus par la méthode des moindres carrés.
Erreur fréquente : Prendre les valeurs de H au lieu de y.

2.c. Ajustement de H par t

Énoncé résumé : Exprimer H en fonction de t à partir de l'ajustement précédent.

Correction détaillée

- On a y = ln(H - 0,1) = -0,040 t - 0,350
- On en déduit : H - 0,1 = exp(-0,040 t - 0,350)
- H = exp(-0,040 t - 0,350) + 0,1
- On peut aussi écrire exp(-0,040 t - 0,350) = exp(-0,350) × exp(-0,040 t)
- Or exp(-0,350) ≈ 0,705
- Donc H ≈ 0,705 × exp(-0,040 t) + 0,1

Un ajustement de H par t est **$H(t) \approx 0{,}705 \times e^{-0{,}040\,t} + 0{,}1$**

Point de méthode : Pour retrouver H, on élève e à la puissance y puis on ajoute 0,1.
Erreur fréquente : Oublier de réinjecter le +0,1.

2.d. Teneur en humidité après 70 semaines

Énoncé résumé : Calculer H(70) à partir de $H(t) = 0{,}7 \times e^{-0{,}04\,t} + 0{,}1$, arrondi au millième.

Correction détaillée

- $H(70) = 0{,}7 \times e^{-0{,}04 \times 70} + 0{,}1$
- $-0{,}04 \times 70 = -2{,}8$
- $e^{-2{,}8} \approx 0{,}0608$
- $0{,}7 \times 0{,}0608 \approx 0{,}0426$
- $H(70) \approx 0{,}0426 + 0{,}1 = 0{,}1426$
- Arrondi au millième : 0,143

Après 70 semaines, la teneur en humidité est **0,143 (soit 14,3 %)**

Point de méthode : Calculer l'exponentielle puis additionner 0,1.
Erreur fréquente : Oublier de convertir le pourcentage (0,143 = 14,3 %).

2.e. Teneur en humidité inférieure à 5 % possible ?

Énoncé résumé : Peut-on avoir H(t) < 0,05 ?

Correction détaillée

- La formule $H(t) = 0{,}7 \times e^{-0{,}04\,t} + 0{,}1$ montre que, quand $t \to \infty$, $e^{-0{,}04\,t} \to 0$
- Donc $H(t) \to 0{,}1$ (soit 10 %)
- Il n'est donc **pas possible** que la teneur en humidité descende sous 10 %, et donc pas sous 5 %

Il **n'est pas possible** que la teneur en humidité soit inférieure à 5 %.

Point de méthode : Analyser la limite de la fonction pour t très grand.
Erreur fréquente : Croire que l'exponentielle peut tendre vers zéro, oubliant le +0,1.

PARTIE B – Temps de séchage (lecture graphique)

1. Teneur en humidité après 20 semaines

Énoncé résumé : Lire la valeur de la teneur en humidité pour t = 20 sur le graphique.

Correction détaillée

D'après le tableau de la partie A, pour t = 20, H = 0,42 (soit 42 %).

Après 20 semaines, la teneur en humidité est **environ 42 %**

Point de méthode : Utiliser le tableau si le graphique n'est pas précis.
Erreur fréquente : Confondre l'axe du temps et de la teneur.

2. Temps pour H < 20 %

Énoncé résumé : À partir de quel temps la teneur en humidité passe-t-elle sous 20 % ?

Correction détaillée

- On cherche t tel que H(t) < 0,20
- D'après le tableau, pour t = 50, H = 0,20 ; pour t = 60, H = 0,17
- Donc, la teneur devient inférieure à 20 % **après 50 semaines**

Les poutres peuvent être vendues **après 50 semaines** de séchage.

Point de méthode : Utiliser l'encadrement par le tableau pour répondre précisément.
Erreur fréquente : Lire la valeur pour t = 50 au lieu de chercher le moment où H passe sous 0,20.

PARTIE C – Teneur en humidité (fonction exponentielle)

1.a. Limite de f(t) quand t → +∞ et interprétation

Énoncé résumé : Calculer $\lim_{t\to+\infty} f(t)$ pour $f(t) = 0{,}7 \times e^{-0{,}04\,t} + 0{,}1$

Correction détaillée

- Quand $t \to +\infty$, $e^{-0{,}04\,t} \to 0$
- Donc $f(t) \to 0{,}1$
- Interprétation : la teneur en humidité ne descend jamais sous 10 %

La limite est **0,1** (soit 10 %). Cela signifie que le bois ne peut pas sécher sous ce seuil.

Point de méthode : Pour une fonction $A \times e^{-kt} + B$, la limite à l'infini est B.
Erreur fréquente : Oublier le terme constant.

1.b. Conjecture sur les variations de f

Énoncé résumé : Prédire le sens de variation de f(t) sur [0 ; +∞[.

Correction détaillée

La fonction f(t) est composée d'un terme exponentiel décroissant ajouté à une constante. Donc, f(t) est **décroissante** sur [0 ; +∞[.

La fonction f est **décroissante** sur [0 ; +∞[.

Point de méthode : L'exponentielle négative décroît, donc la somme décroît.
Erreur fréquente : Croire que la fonction peut remonter.

1.c. Étude des variations de f sur [0 ; +∞[

Énoncé résumé : Justifier le sens de variation de f(t).

Correction détaillée

- $f(t) = 0{,}7 \times e^{-0{,}04\,t} + 0{,}1$
- Calcul de la dérivée :
    - $f'(t) = 0{,}7 \times (-0{,}04) \times e^{-0{,}04\,t} = -0{,}028 \times e^{-0{,}04\,t}$
- Or $e^{-0{,}04\,t} > 0$ pour tout t, donc $f'(t) < 0$ pour tout t
- Donc f est strictement décroissante sur [0 ; +∞[

La fonction f est **strictement décroissante** sur [0 ; +∞[.

Point de méthode : Calculer la dérivée et étudier son signe.
Erreur fréquente : Oublier le signe négatif du coefficient.

2.a. Résolution de f(t) ≤ 0,2 sur [0 ; +∞[

Énoncé résumé : Résoudre $0,7 \times e^{-0,04\ t} + 0,1 \leq 0,2$, arrondi à l'unité.

Correction détaillée

- $0,7 \times e^{-0,04\ t} + 0,1 \leq 0,2$
- $0,7 \times e^{-0,04\ t} \leq 0,1$
- $e^{-0,04\ t} \leq 0,1 / 0,7 \approx 0,143$
- Prendre le logarithme népérien :
    - $-0,04\ t \leq \ln(0,143)$
    - $\ln(0,143) \approx -1,944$
    - $-0,04\ t \leq -1,944$
    - $t \geq -1,944 / -0,04 = 48,6$
- Arrondi à l'unité : $t \geq 49$

La solution est **$t \geq 49$** (semaines).

Point de méthode : Isoler l'exponentielle, puis prendre le logarithme.
Erreur fréquente : Oublier que le logarithme d'un nombre inférieur à 1 est négatif.

2.b. Interprétation

À partir de la 49^{e} semaine, la teneur en humidité passe sous 20 %. Les poutres peuvent donc être vendues à partir de ce moment-là.

Les poutres peuvent être vendues **à partir de la 49^{e} semaine**.

Point de méthode : Relier la résolution de l'inéquation au contexte.
Erreur fréquente : Donner la valeur de t sans interpréter.

EXERCICE 2 (10 points)

Résumé de l'énoncé

On étudie la qualité des vis produites par deux chaînes de production, à travers des probabilités, une loi binomiale, puis une étude de conformité basée sur la loi normale.

PARTIE A – Production de vis

1. Arbre pondéré

Énoncé résumé : Compléter l'arbre des probabilités.

Correction détaillée

- Probabilité qu'une vis vienne de C1 : P(C1) = 0,4
- Probabilité qu'elle vienne de C2 : P(C2) = 0,6
- Sur C1, probabilité d'un défaut : P(D|C1) = 3/1000 = 0,003
- Sur C1, pas de défaut : P($\overline{D}$|C1) = 0,997

- Sur C2, probabilité d'un défaut : P(D|C2) = 5/1000 = 0,005
- Sur C2, pas de défaut : P($\bar{D}$|C2) = 0,995

	C1 (0,4)	C2 (0,6)
D	0,003	0,005
$\bar{D}$	0,997	0,995

Point de méthode : Les probabilités conditionnelles se lisent sur les branches de l'arbre.
Erreur fréquente : Inverser les probabilités de défaut et de non-défaut.

2. Probabilité que la vis provienne de C1 et ait un défaut

Énoncé résumé : Calculer P(C1 ∩ D).

Correction détaillée

- P(C1 ∩ D) = P(C1) × P(D|C1) = 0,4 × 0,003 = 0,0012

La probabilité est **0,0012**

Point de méthode : Utiliser la formule du produit : P(A ∩ B) = P(A) × P(B|A).
Erreur fréquente : Additionner au lieu de multiplier.

3. Probabilité qu'une vis ait un défaut

Énoncé résumé : Calculer P(D).

Correction détaillée

- P(D) = P(C1) × P(D|C1) + P(C2) × P(D|C2)
- = 0,4 × 0,003 + 0,6 × 0,005 = 0,0012 + 0,003 = 0,0042

La probabilité qu'une vis ait un défaut est **0,0042**

Point de méthode : Loi des probabilités totales.
Erreur fréquente : Oublier de pondérer par la proportion de chaque chaîne.

4. Probabilité que la vis défectueuse vienne de C1 (P(C1|D)), est-ce moins de 25 % ?

Énoncé résumé : Calculer P(C1|D) et comparer à 25 %.

Correction détaillée

- P(C1|D) = P(C1 ∩ D) / P(D) = 0,0012 / 0,0042 ≈ 0,286
- 0,286 = 28,6 % > 25 %

Il **n'est pas exact** qu'il y a moins de 25 % de chance : la probabilité est d'environ 29 %.

Point de méthode : Utiliser la formule de probabilité conditionnelle.
Erreur fréquente : Prendre la proportion de C1 sans conditionner par D.

PARTIE B – Étude d'un lot (loi binomiale)

1. Justification de la loi binomiale

Énoncé résumé : Pourquoi X suit-elle une loi binomiale ? Quels sont ses paramètres ?

Correction détaillée

- On prélève 50 vis, chaque vis a une probabilité p = 0,004 d'être défectueuse, indépendamment des autres (tirage assimilé à remise).
- X = nombre de vis défectueuses dans le lot de 50.
- Donc, X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,004.

X suit la loi **binomiale B(50 ; 0,004)**

Point de méthode : La loi binomiale s'applique à un nombre fixe d'épreuves indépendantes, à deux issues.
Erreur fréquente : Confondre avec la loi de Poisson.

2.a. Probabilité d'avoir exactement 2 vis défectueuses

Énoncé résumé : Calculer P(X = 2), arrondi au millième.

Correction détaillée

- $P(X = 2) = C(50,2) \times 0{,}004^2 \times 0{,}996^{48}$
- $C(50,2) = 1225$
- $0{,}004^2 = 0{,}000016$
- $0{,}996^{48} \approx e^{48 \times \ln(0{,}996)} \approx e^{-0{,}192} \approx 0{,}825$
- $P(X = 2) \approx 1225 \times 0{,}000016 \times 0{,}825 \approx 0{,}0161$
- Arrondi au millième : 0,016

La probabilité est **0,016**

Point de méthode : Utiliser la formule de la loi binomiale.
Erreur fréquente : Oublier d'élever 0,996 à la puissance 48.

2.b. Probabilité d'avoir au moins 3 vis défectueuses

Énoncé résumé : Calculer P(X ≥ 3), arrondi au millième.

Correction détaillée

- $P(X \geq 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2)$
- $P(X = 0) = 0{,}996^{50} \approx e^{50 \times \ln(0{,}996)} \approx e^{-0{,}2} \approx 0{,}819$
- $P(X = 1) = 50 \times 0{,}004 \times 0{,}996^{49} \approx 50 \times 0{,}004 \times 0{,}822 \approx 0{,}164$
- $P(X = 2) \approx 0{,}016$ (cf. question précédente)
- Somme : 0,819 + 0,164 + 0,016 = 0,999

- $P(X \geq 3) \approx 1 - 0{,}999 = 0{,}001$

La probabilité est **0,001**

Point de méthode : Additionner les probabilités pour X = 0, 1, 2 puis soustraire à 1.
Erreur fréquente : Arrondir trop tôt ou oublier un terme.

PARTIE C – Conformité des vis (loi normale)

1. Probabilité qu'une vis soit conforme

Énoncé résumé : Calculer $P(59{,}60 \leq L \leq 60{,}40)$ pour $L \sim N(60 ; 0{,}25)$, arrondi au centième.

Correction détaillée

- On standardise :
  - $Z = (L - \mu)/\sigma$
  - Pour 59,60 : $z_1 = (59{,}60 - 60)/0{,}25 = -1{,}6$
  - Pour 60,40 : $z_2 = (60{,}40 - 60)/0{,}25 = 1{,}6$
- $P(59{,}60 \leq L \leq 60{,}40) = P(-1{,}6 \leq Z \leq 1{,}6)$
- Table de la loi normale :
  - $P(Z \leq 1{,}6) \approx 0{,}945$
  - $P(Z \leq -1{,}6) \approx 0{,}055$
- Donc $0{,}945 - 0{,}055 = 0{,}89$

La probabilité est **0,89** (soit 89 %)

Point de méthode : Standardiser puis utiliser la table de la loi normale centrée réduite.
Erreur fréquente : Utiliser la mauvaise valeur de σ ou oublier de soustraire.

2.a. Hypothèse alternative H_1

Énoncé résumé : Énoncer l'hypothèse alternative pour le test bilatéral.

Correction détaillée

L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = 60$. L'hypothèse alternative est donc $H_1 : \mu \neq 60$.

L'hypothèse alternative est **$H_1 : \mu \neq 60$**

Point de méthode : Pour un test bilatéral, l'alternative porte sur la différence à la valeur de référence.
Erreur fréquente : Prendre $H_1 : \mu > 60$ ou $\mu < 60$ (test unilatéral).

2.b. Règle de décision du test

Énoncé résumé : Énoncer la règle de décision au seuil de 5 %.

Correction détaillée

On rejette H_0 si la moyenne observée L est **en dehors** de l'intervalle [59,95 ; 60,05].

On **rejette H_0** si L < 59,95 ou L > 60,05.

Point de méthode : L'intervalle de confiance au seuil de 5 % est donné.
Erreur fréquente : Croire qu'il faut rejeter H_0 à l'intérieur de l'intervalle.

2.c. Application du test pour L = 60,03

Énoncé résumé : La moyenne de l'échantillon est 60,03. Que conclure ?

Correction détaillée

- On a 59,95 ≤ 60,03 ≤ 60,05
- La moyenne est **dans** l'intervalle de confiance
- On **ne rejette pas** H_0 : le réglage de la machine est correct

On **ne rejette pas H_0** : le réglage de la chaîne est conforme.

Point de méthode : Comparer la moyenne observée à l'intervalle de confiance.
Erreur fréquente : Penser que 60,03 est trop éloigné de 60.

Formulaire récapitulatif

- $y = \ln(H - 0{,}1)$: transformation logarithmique pour linéariser une exponentielle.
- $H(t) = A \times e^{-kt} + B$: modèle exponentiel de décroissance.
- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$: probabilité conjointe.
- $P(D) = P(C1) \times P(D|C1) + P(C2) \times P(D|C2)$: loi des probabilités totales.
- Loi binomiale : $P(X = k) = C(n,k) \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
- Loi normale centrée réduite : $Z = (X - \mu)/\sigma$
- Intervalle de confiance (test) : comparer la moyenne observée à l'intervalle donné.

Conseils généraux pour réussir l'épreuve de maths en BTS

- **Lisez attentivement chaque question** : repérez les données utiles et les unités.
- **Rédigez chaque étape de votre raisonnement** : même si le résultat est faux, la démarche peut rapporter des points.
- **Vérifiez la cohérence de vos résultats** : une probabilité ne peut pas dépasser 1, une teneur en humidité ne peut pas être négative, etc.
- **Utilisez la calculatrice à bon escient** : vérifiez vos calculs et arrondissez comme demandé.
- **Relisez-vous** : traquez les étourderies, oublis de parenthèses, erreurs d'arrondi et de signe.

© FormaV EI. Tous droits réservés.

Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.