Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

## SESSION 2024

## Épreuve de mathématiques

## GROUPEMENT B *CODE : 24MATGRB1*

## Durée : 2 heures

| SPÉCIALITÉS | COEFFICIENTS |
|---|---|
| Aéronautique | 2 |
| Assistance technique d'ingénieur | 2 |
| Bâtiment | 2 |
| Conception et réalisation de carrosseries | 2 |
| Conception et réalisation des systèmes automatiques | 2 |
| Enveloppe des bâtiments : conception et réalisation | 2 |
| Environnement nucléaire | 2 |
| Fluides – énergies – domotique (3 options) | 2 |
| Traitement des matériaux (2 options) | 3 |
| Travaux publics | 2 |

**L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.**

**L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.**

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1/5 à 5/5.**

## EXERCICE 1 (10 points)

On coule du béton pour faire une dalle. Au début, le béton est mou, puis, au fil du temps, il sèche, et devient plus résistant.

On note $f(t)$ la résistance du béton à l'instant $t$.
$f(t)$ est exprimée en mégapascal (MPa) et $t$ désigne le nombre de jours de séchage.

*Les trois parties peuvent être traitées de façon indépendante.*

### Partie A. Résolution d'une équation différentielle

On admet que la fonction $f$ est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : \ y' + 0{,}06y = 2{,}1 \ ,$$

où $y$ est une fonction inconnue de la variable réelle $t$, définie et dérivable sur $[\,0\,;\,+\infty\,[$, et où $y'$ est la dérivée de $y$.

**1.** Résoudre sur $[0\,;+\infty\,[$ l'équation différentielle :

$$(E_0) : \ y' + 0{,}06y = 0$$

On fournit la formule suivante :

| Équation différentielle | Solutions sur un intervalle $I$ |
|---|---|
| $y' + ay = 0$ | $y(t) = k\mathrm{e}^{-at}$ |

**2.** On considère la fonction constante $g$ définie sur $[0\,;+\infty\,[$ par $g(t) = 35$.
Vérifier que la fonction $g$ est solution de l'équation différentielle $(E)$.

**3.** En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $(E)$.

**4.** À l'instant $t = 0$, on considère que la résistance du béton est nulle.
En déduire que la fonction $f$ est définie sur $[0\,;+\infty\,[$ par : $f(t) = -35\mathrm{e}^{-0{,}06t} + 35$.

### Partie B. Étude de fonction

On considère à nouveau la fonction $f$, définie sur $[0\,;+\infty\,[$ par :

$$f(t) = -35\mathrm{e}^{-0{,}06t} + 35\,.$$

On rappelle que $f(t)$ désigne la résistance du béton, exprimée en mégapascal, à l'issue de $t$ jours de séchage.

**1.** Quelle est la résistance du béton après $7$ jours de séchage ? Après $72$ heures ? Arrondir au dixième.

**2.** On admet que la fonction $f$ est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et on note $f'$ sa fonction dérivée. Vérifier que, pour tout réel $t$ appartenant à $[0\,;+\infty\,[$ , on a :

$$f'(t) = 2{,}1\mathrm{e}^{-0{,}06t}\,.$$

**3.** Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;+\infty[$ et en déduire le sens de variations de la fonction $f$ sur $[0\,;\,+\infty[$ .

**4.** Déterminer la limite de $f(t)$ lorsque $t$ tend vers l'infini.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**5.** Le fabricant du béton affirme que la résistance après $28$ jours de séchage correspond à $80\%$ de la résistance finale.

Cette affirmation est-elle juste ?

**6.** On considère la fonction $F$ définie sur $[0\,;+\infty\,[$ par $F(t) = \left(\frac{1750}{3}\right)\mathrm{e}^{-0{,}06t} + 35t$ .
Montrer que la fonction $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

**7.** Déterminer une valeur approchée au dixième de la valeur moyenne de la résistance du béton sur les $28$ premiers jours.

On fournit la formule suivante :

La valeur moyenne $M$ d'une fonction $h$ sur l'intervalle $[a\,;b]$ est définie par :

$$M = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(t)\mathrm{d}t\,.$$

## Partie C. Algorithme

On note $N$ le nombre entier correspondant au nombre minimal de jours de séchage permettant d'obtenir une résistance au moins égale à $21$ MPa.

**1.** Recopier l'algorithme ci-dessous et compléter les lignes **3** et **4**.

| | |
|---|---|
| Ligne 1 | $t \leftarrow 0$ |
| Ligne 2 | $R \leftarrow 0$ |
| Ligne 3 | Tant que …… |
| Ligne 4 | $t \leftarrow$ ……. |
| Ligne 5 | $R \leftarrow -35\mathrm{e}^{-0{,}06t} + 35$ |
| Ligne 6 | Fin Tant que |

**2.** Donner la valeur de $N$. Expliquer la démarche suivie.

## EXERCICE 2 (10 points)

*Les trois parties sont indépendantes.*

### Partie A. Loi normale

Une entreprise produit des tiges métalliques cylindriques.

On note $X$ la variable aléatoire qui, à toute tige prélevée au hasard, associe son diamètre exprimé en millimètres.

On admet que $X$ suit la loi normale de moyenne $\mu = 32$ et d'écart-type $\sigma = 0{,}6$.

**1.** Donner la probabilité, arrondie au millième, que le diamètre de la tige prélevée ait un diamètre compris entre $31$ et $33$ mm.

**2.** Déterminer, au millième près, le réel $h$ tel que :

$$P(X > 32 - h) = 0{,}975.$$

### Partie B. Loi binomiale

Une entreprise dispose de $15$ imprimantes fonctionnant indépendamment les unes des autres.

On se place un jour donné.

On considère une imprimante quelconque. La probabilité qu'elle tombe en panne ce jour est égale à $0{,}07$.

On considère la variable aléatoire $Y$ qui compte le nombre d'imprimantes qui tombent en panne ce jour.

**1.** Donner la loi suivie par $Y$, ainsi que ses paramètres et son espérance.

**2.** Calculer la probabilité qu'exactement $12$ imprimantes ne tombent pas en panne ce jour. Arrondir au millième.

**3.** Calculer la probabilité qu'au moins $3$ imprimantes tombent en panne ce jour. Arrondir au millième.

### Partie C. Test d'hypothèse

Une entreprise commercialise des blocs de béton de chanvre. Elle affirme que la résistance moyenne $\mu$ de ces blocs est égale à 50 mégapascals (MPa).

Désirant vérifier la validité de cette affirmation, un contrôleur met en place un test d'hypothèse bilatéral.

On note $Z$ la variable aléatoire qui, à chaque bloc prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance, exprimée en MPa.

La variable aléatoire $Z$ suit une loi normale de moyenne inconnue $\mu$ et d'écart-type $\sigma = 0{,}35$.

Soit $n$ un entier naturel. On désigne par $\overline{Z}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de $n$ blocs prélevés dans la production, associe la moyenne des résistances de ces blocs.

On rappelle que la variable aléatoire $\overline{Z}$ suit la loi normale de moyenne $\mu$ et d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

L'hypothèse nulle $H_0$ est : « $\mu = 50$ ».
L'hypothèse alternative $H_1$ est : « $\mu \neq 50$ ».
Le seuil de signification du test est fixé à $5\,\%$.

On se place dans le cas où $n = 80$.

**1.** Sous l'hypothèse nulle $H_0$, justifier que la variable aléatoire $\overline{Z}$ suit la loi normale de moyenne $50$ et d'écart-type $0{,}04$.

**2.** On souhaite déterminer, sous l'hypothèse $H_0$, le réel positif $h$ tel que :

$$P\left(50 - h \leq \overline{Z} \leq 50 + h\right) = 0{,}95.$$

***Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de points.***

La valeur du nombre réel $h$ est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,05 | 0,04 | 0,08 | 0,12 |

**3.** Énoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test.

**4.** Le contrôleur a prélevé un échantillon de 80 blocs.
Les résistances obtenues ont été notées dans le tableau ci-dessous.

| Résistance mesurée (en MPa) | 49,7 | 49,8 | 49,9 | 50 | 50,2 | 50,4 | 50,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif correspondant | 2 | 5 | 15 | 24 | 17 | 13 | 4 |

Appliquer le test et conclure.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.